Какое-то небольшое введение.

Уравнение распространения импульса в графеновой сверхрешетке имеет вид

(1)

Здесь

*,*

,

,

плазменная частота носителей тока, *c* – скорость света в вакууме.

Уравнение (1) имеет кинковое решение, задаваемое в неявном виде интегральным соотношением

(2)

где

Один из первых вопросов к решению (2) это вопрос о том, является ли этот кинк солитоном или нет. Самым точным ответом на этот вопрос было бы нахождение многосолитонного решения по типу решения [что-то про синус-Гордон]. Однако даже не найдя явного вида многосолитонного решения можно с помощью численных методов определить является ли кинк (2) солитоном. Для этого можно использовать следующий практический критерий - бегущие солитоны и/или антисолитоны проходят сквозь друг друга как полностью проницаемые, и единственный наблюдаемый эффект — фазовый сдвиг. При этом сталкивающиеся солитоны сохраняют свою скорость и форму. Исследование изменения формы кинков (2) после столкновения и является целью настоящей работы.

Изучим столкновение двух кинков. Так как начальное условие в виде (2) задается неявно, то уже в начальной форме кинка могут быть вычислительные ошибки, обусловленные необходимостью решения интегрального уравнения. Эти ошибки будут накапливаться, влиять на качество решения и, поэтому, нам нужен какой-то критерий, позволяющий определить чем (и насколько) обусловлено изменение формы импульса – вычислительными погрешностями или природой уравнения. В качестве такого критерия возьмем коэффициент корреляции двух векторов и одинаковой длины *n*, определяемый как

(3)

Здесь стандартное отклонение от среднего для вектора . В качестве векторов будем брать равномерно распределенные массивы значений безразмерной напряженности поля импульса между точками, взятыми на одинаковом расстоянии влево и вправо от вершины импульсов в начальный (вектор ) и какой-либо произвольный (вектор ) моменты времени.

Для оценки вычислительной ошибки, вносимой в начальном условии неявным заданием формы кинка, рассмотрим распространение одиночного кинка в уравнении, сильно отклоняющемся от уравнения sine-Gordon, т.е. *b* >> 1. Для примера *b* = 15, *v* = 0.5, начальная координата . На рисунке 1 показаны его положения в моменты времени 0 и 30.



Рисунок 1

На рисунке 1 не видно никаких изменений формы импульса с течением времени. Но при увеличении (рисунок 2) становится заметно, что есть некоторый шум, который усиливается с течением времени.



Рисунок 2

Этот шум является вычислительной ошибкой и приводит к изменению начальной формы импульса. Для оценки этого изменения найдем коэффициент корреляции (3) формы импульса в разные моменты времени (Рисунок 3).



Рисунок 3

Видно, что на времени до 20 единиц изменения только в 4 знаке после запятой. Такой порядок изменений является отправной точкой при исследовании изменения формы импульсов при их столкновении.

Рассмотрим теперь столкновение импульсов. Характеристики уравнения и импульсов такие же, как и выше.

На рисунке 4 форма одного из сталкивающихся импульсов показана в моменты времени 0 и 20.



Рисунок 4

Здесь уже невооруженным взглядом заметно изменение формы импульса. Видно, что после столкновения амплитуда кинков стала заметно ниже, чем вначале. Приведем также укрупненный профиль импульсов на рисунке 5.



Рисунок 5

Видно, что амплитуда шума минимум на порядок превосходит амплитуду шума, обусловленную только вычислительными ошибками. То есть даже визуальный анализ приводит к выводу о том, что кинки уравнения (1) не являются солитонами. Этот вывод также подтверждает и расчет коррелятора по формуле (3) в начальный момент времени и далеко после столкновения.

Приведенные значения подтверждает вывод о том, что форма импульса в случае столкновения двух кинков меняется гораздо существенней, чем в случае распространения одиночного импульса. Изменения теперь не в четвертом, а во втором знаке поле запятой.

Таким образом, на основании численного исследования процесса столкновения двух кинков уравнения (1) можно сделать вывод о том, что это уравнение не имеет многосолитонных решений.